

प्राथमिक स्तरावरील मूलभूत गणितीय कौशल्ये

संशोधक, मार्गदर्शक

सुनील ज्ञानोबाजी गावंडे
डॉ. सुहासकुमार रुपराव पाटील
प्राचार्य,
शासकीय शिक्षण महाविद्यालय यवतमाळ

सारांश : गणित हा मानवी जीवनातील एक अतिशय महत्वाचा भाग आहे. माणसाच्या व्यक्तिमत्त्वात गणिताचा अभ्यास खूप महत्वाची भूमिका बजावतो. त्यामुळे लहान वयातच गणिताच्या मूलभूत संकल्पना आणि कौशल्ये विकसित करणे अत्यंत आवश्यक आहे. या सर्व बाबींचा पूर्व प्राथमिक स्तरापासूनच विचार केला पाहिजे. NEP - 2020 मध्ये यावर खूप भर देण्यात आला आहे. इयत्ता पहिली ते तिसरी पर्यंत मुलांच्या सर्व मूलभूत गणितीय संकल्पना विकसित करणे आवश्यक आहे. या पार्श्वभूमीवर, प्राथमिक स्तरावर विद्यार्थ्यांचे पालक आणि शिक्षक यांनी आवश्यक शैक्षणिक दृष्टिकोन आणि त्यासंबंधीच्या सर्व बाबी जाणीवपूर्वक समजून घ्याव्यात आणि त्यामागील शास्त्रीय आधार त्यांना कळावा, या उद्देशाने सदर शोधनिबंध तयार करण्यात आला आहे.

महत्वाचे शब्द : मूलभूत संबोध, अमूर्त, ज्ञानरचनावादी, अध्ययन-अनुभव, इ.

प्रस्तावना : गणित हा मनुष्याच्या जीवनाचा अविभाज्य घटक आहे. मनुष्याला त्याच्या दररोजच्या जीवनचर्येत आणि संपूर्ण आयुष्यभर पावलोपावली गणितीय संकल्पनांचा व गणितीय मूलभूत क्रियांचा वापर करावा लागतो. त्यामुळे प्रत्येक व्यक्तीला एक स्वयंपूर्ण, स्वावलंबी व यशस्वीपणे जीवन जगण्यासाठी त्याचा गणिताचा पाया हा मजबूत असणे अत्यंत गरजेचे असते. गणिताचा हा पाया पक्का करण्यासाठी प्राथमिक स्तरावरील पायाभूत कौशल्यांचा विकास योग्य त्या वयातच

होणे गरजेचे असते. गणितीय पायाभूत कौशल्यांमध्ये गणनपूर्व तयारी, अंक १ ते ९ अंकांची ओळख, दोन अंकी व तीन अंकी संख्यांचा बोध आणि गणितीय मुलभूत क्रिया (बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार) या सारख्या संबोधांचा समावेश होतो. या सर्व संबोधांचा आकलन विद्यार्थ्यांना सहज व सुलभरीतीने व्हावे यादृष्टीने खेळावर आधारित व कृतियुक्त अध्ययन-अनुभव देण्याची गरज असते. मुलांना त्यांच्या गतीने व आनंददायी पद्धतीने शिकण्यास प्रेरित करणे, विद्यार्थ्यांना अध्ययनास प्रवृत्त करून त्यांना अध्ययन प्रक्रियेत सहभागी करून घेणे हेच खरे ज्ञानरचनावादी अध्यापनशास्त्राचे गमक आहे. सध्याच्या या आधुनिक शिक्षणपद्धतीऐवजी नवनवीन विचारप्रवाह व अध्यापन तंत्रांचा वापर केल्यास विद्यार्थ्यांचे अध्ययन सुलभ होते असे निरीक्षणातून व वेगवेगळ्या संशोधनातून दिसून आलेले आहे. गणित हा अमूर्त विषय असल्याने गणितातील मुलभूत संबोध अमूर्तपणे समजून घेणे हे लहान वयातील बालकांना अवघड जाते. लहान वयात बालकांची अमूर्तपणे विचार करण्याची क्षमता विकसित झालेली नसते. त्यामुळे प्राथमिक स्तरावर गणित विषयाचे अध्यापनात घरातील व परिसरातील उपलब्ध वस्तूंचा जास्तीत जास्त वापर करणे शास्त्रीय दृष्टीने योग्य ठरते. परिसरात आढळणाऱ्या गोट्या, पाने, फुले, काड्या, छोटे दगड, बिया, मणी, माळा, नाणी, नोटा, टाकाऊ वस्तु इ. चा प्रत्यक्ष अध्यापनात उपयोग केल्यास गणनक्रिया व संख्यांची ओळख ह्या बाबींचे आकलन होण्यास सुलभ जाते. विद्यार्थ्यांना १ ते ९ अंक चिन्हांची ओळख करून देण्यासाठी गणिताच्या वेगवेगळ्या भाषांचा आपण वापर करू शकतो. नऊ अंक चिन्हांच्या आकलनानंतर विद्यार्थ्याला दोन अंकी व त्यापुढील संख्यांचा बोध होणे व संख्या तयार करणे हे सोपे जाते दोन अंकी व त्यापुढील संख्यांच्या आकलनाकरिता सुरुवातीला दशक व शतकाची संकल्पना पूर्णपणे समजणे आवश्यक असते. या सर्व संबोधांच्या सखोल आकलनासाठी विविध आनंददायी व खेळावर आधारित कृतींचा समावेश अनिवार्य आहे. छोट्या छोट्या प्रत्येक कृतीतून विद्यार्थी अध्ययनात सक्रियपणे सहभागी होत जातो आणि त्याची अध्ययन प्रक्रिया नकळतपणे नैसर्गिकरित्या घडत जाते. या नैसर्गिक प्रक्रियेतून बालकाच्या मेंदूला चालना मिळते व ज्ञानाची रचना होत जाते. बालकाच्या मेंदूमध्ये

असलेल्या पुर्वानुभवांची व पुर्वज्ञानाची सांगड नवीन प्राप्त ज्ञानाशी घातली जाते आणि नवीन ज्ञानाची निर्मिती होते. अशा रीतीने बालकाचे संबोध स्पष्ट होत जातात. ज्ञानरचनावादावर आधारित या अध्यापनशास्त्राचा अवलंब शिक्षकांनी वर्गामध्ये केल्यास गणितातील अमूर्त संकल्पना व गणितीय ज्ञान विद्यार्थ्यांना ग्रहण करण्यास सुलभ होते. गणितीय पायाभूत कौशल्ये विकसनाची नैसर्गिकपणे घडून येणारी प्रक्रिया जाणून घेऊन विद्यार्थ्यांच्या दृष्टीकोनातून ही प्रक्रिया अधिक सुलभ कशी करता येईल? या प्रश्नाचे उत्तर शोधण्याच्या उद्देशाने हा शोधनिबंध तयार करण्यात आला.

गणिताच्या विविध भाषा : गणित हे मानवनिर्मित शास्त्र आहे. प्राचीन काळात मानवाने परस्परांशी व्यवहार करण्यासाठी व स्वतः जवळच्या संपत्तीचे मोजमाप करण्यासाठी गरजेनुसार संख्यांचा व त्याच्या चिन्हांचा शोध लावला. तसेच मापनाची परिमाणे निश्चित केली. परंतु नंतर जसजसा मानवाचा बौद्धिक विकास होत गेला गणित हे शास्त्र आणखीनच विकसित होत गेले. आता आपण कोणत्याही वस्तूचे गणन करण्यासाठी ज्या मोजसंख्याचा वापर करतो त्या संख्यांचे आकलन सुलभरीतीने विद्यार्थ्यांना व्हावे या उद्देशाने शाळांमध्ये खालील काही भाषांचा अध्ययन-अध्यापनात वापर केला जातो.

१) ध्वनी भाषा : साधारणतः प्राथमिक स्तरावर इ. १ ली मध्ये किंवा जे विद्यार्थी गणित अध्ययनात मागे पडलेले आहेत अशा इतर इयत्तांमध्ये देखील ध्वनी भाषेचा उपयोग केल्या जातो. विद्यार्थ्यांना अंक ओळख होण्यासाठी अंकांचे सरळपणे चिन्ह न शिकवता ध्वनीच्या माध्यमातून प्रत्येक अंकांची ओळख करून दिल्यास विद्यार्थ्यांचे अध्ययन सुलभ व रंजकपणे होते. ध्वनी हा वेगवेगळ्या वस्तूंचा वापर करून किंवा टाळ्या वाजवून निर्माण करता येतो. उदा. टाळ्या वाजवणे, थाळी वाजवणे, शिटी वाजवणे, ठोके वाजवणे इ.

२) चित्र भाषा : मुलांना चित्रे काढायला व बघायला खूप आवडतात. त्यामुळे या भाषेतून विद्यार्थ्यांना अंकांची ओळख लवकर होते. यामध्ये विविध वस्तु, पाने, इ. ची चित्रे, याप्रमाणे मुलांना चित्रांचे गणन करायला लावणे याउलट

सांगितलेल्या अंकाइतकी चित्रे विद्यार्थ्यांना वहीत काढायला लावणे. यासारख्या कृतियुक्त पद्धतीने विद्यार्थ्यांच्या संख्याज्ञान विषयक संकल्पना स्पष्ट करता येतात.

- 3) **वस्तु भाषा:** प्रत्यक्ष घरातील, परिसरातील व शाळेतील विविध वस्तु/ गोट्यांच्या सहाय्याने मूर्त स्वरूपात कृतीवर आधारित वस्तु भाषेद्वारे विद्यार्थ्यांचे अध्ययन चांगले होते. या भाषेच्या माध्यमातून वस्तूंचे प्रत्यक्षपणे गणन करण्याची क्रिया घडून येत असल्याने अंकांची ओळख चांगली होते व दीर्घकाळ लक्षात राहते. याठिकाणी गणित साहित्य पेटीतील साधनांचा उदा. मणीमाळ, ठोकळे इ. सहजपणे वापर करता येतो.
- 4) **चिन्ह भाषा :** अंकांचा ध्वनी व त्या अंकांचे चिन्ह या दोहोंचा परस्पर संबंध साधला जाणे अत्यंत महत्वाचे असते. या पद्धतीने अंकांची ओळख (ध्वनी व चिन्ह) कायमस्वरूपी लक्षात राहते.
- 5) **कृती भाषा :** अंकांची ओळख ही कृती भाषेतून देखील चांगली होते. दिलेल्या अंकाएवढ्या कृती विद्यार्थ्याला करायला लावणे हे या भाषेत अंतर्भूत असते. उदा. उड्या मारणे, टाळी वाजवणे, वस्तु डब्यात टाकणे, इ.

ज्ञानरचनावादी दृष्टीकोनातून गणिताचे अध्यापन: ज्ञानरचनावादानुसार विद्यार्थ्यांची अध्ययन प्रक्रिया ही नैसर्गिकपणे घडून येते. यामध्ये विद्यार्थ्याला मिळणाऱ्या अनुभवांची परस्पर सांगड घातली जाते. विद्यार्थ्यांच्या मेंदूमध्ये ज्ञाननिर्मितीची रचना आपोआप घडून येते. अशा प्रकारे ज्ञानाची रचना होत असतानाच संबोधांची निर्मिती होत जाते. जुने अनुभव व नवीन अनुभवांची जोडणी होऊन त्यातून अर्थपूर्ण संकल्पना तयार होते. अशा रीतीने विद्यार्थ्यांची ज्ञानाची रचना तयार होते. याच ज्ञानरचनावादी दृष्टीकोनातून गणिताच्या अध्ययन- अध्यापनाचा विचार केल्यास असे लक्षात येते की, विद्यार्थ्याला अध्ययनासाठी पूरक असे वातावरण निर्माण करून त्याला आवश्यक सर्व अध्ययन-अनुभव देण्यासाठी शिक्षकाने पूर्वतयारी व पूर्वनियोजन करणे गरजेचे आहे. ज्ञानरचनावादात अध्यापनापेक्षा अध्ययनाला जास्त प्राधान्य दिले आहे. यामध्ये

शिक्षक हा अध्यापक नसून तो विद्यार्थ्यांची अध्ययन प्रक्रिया सुलभ करणारा सुलभक (facilitator) असतो. त्यामुळे गणितासारख्या विषयातील संकल्पनांचे आकलन व दृढीकरण होण्यासाठी तसेच आत्मसात केलेल्या संकल्पना टिकाऊ स्वरूपात लक्षात राहण्यासाठी ज्ञानरचनावादी दृष्टीकोन जास्त उपयुक्त ठरतो. परिसरातील वस्तु, गोट्या, चिंचोके, मणी, इ. बिनखर्ची साहित्याचा वापर करून गणितीय संबोध पक्के करता येतात.

गणित अध्यापनासाठी आवश्यक सूत्र : मुर्ताकडून-अमुर्ताकडे :- गणित हा पूर्णतः अमूर्त विषय असल्याने प्राथमिक स्तरावर गणित विषय जसाच्या तसा शिकवल्यास तो विषय समजण्यास फार अवघड बनतो. त्यामुळे गणितातील प्रत्येक अमूर्त संबोध मूर्त साहित्याचा वापर करूनच शिकवल्यास आकलनास सोपे जातात. मूर्त वस्तूंचा व साहित्याचा वापर प्रत्यक्ष वस्तु हाताळून, कृती करून संकल्पना प्राप्त होण्यास मदत होते. त्यामुळे मुर्ताकडून-अमुर्ताकडे या तत्वावर आधारित अध्ययन प्रक्रिया वर्गात घडून यावी.

प्राथमिक स्तरावरील गणितीय पायाभूत कौशल्ये :

१) गणनपूर्व तयारी :

गणित विषयाची सुरुवात ही गणनपूर्व तयारी पासून होते. गणनपूर्व तयारी हा संपूर्ण गणित विषयाचा आधारभूत पाया आहे. शालेय शिक्षणाच्या सुरुवातीला विद्यार्थ्यांचा गणनपूर्व तयारीचा पाया भक्कम व मजबूत झाल्यास त्यापुढील सर्व संबोध समजण्यास विद्यार्थ्यांला सोपे जाते. गणनपूर्व तयारीमध्ये अवकाशीय संबोधांचा समावेश होतो. यामध्ये जड-हलका, जवळ-दूर, मागे-पुढे, डावीकडे-उजवीकडे, लांब-आखूड, आत-बाहेर, उंच-ठेंगणा, इ. संबोध समाविष्ट होतात. बालकाच्या शालेय जीवनाची सुरुवात या संबोधांद्वारे केली जाते. गणितीय पूर्वतयारीच्या दृष्टीने या संबोधांचे बालकाला स्पष्ट स्वरूपात आकलन होणे तितकेच गरजेचे असते.

अंकगणिताची व प्रत्यक्ष संख्याज्ञानाची सुरुवात म्हणून गणनपूर्व तयारी हा टप्पा सर्वात महत्वाचा मानला जातो.

२) **संख्याज्ञान** : अंकगणिताची प्रत्यक्ष सुरुवात संख्याज्ञानाने व अंकओळख पासून होत असते. यामध्ये खालील टप्प्याने बालकाचे अध्ययन घडून येते.

अ) एक ते नऊ अंकांची ओळख: प्राचीन काळात माणसे आपल्या जवळील वस्तु, प्राणी, इ. बाबींची माहिती ठेवण्यासाठी झाडांवर, भिंतीवर, किंवा दगडावर खुणा करून ठेवायची. याच संकल्पनेतून पुढे खुणांच्या जागी अंकचिन्ह तयार करण्यात आले. सुरुवातीला देवनागरी, रोमन व त्यानंतर आंतरराष्ट्रीय संख्या चिन्हांचा वापर करण्यात येऊ लागला. एक ते नऊ अंक हे संपूर्ण अंकगणिताची नांदी आहे. बालकाला सुरुवातीला एक ते नऊ अंक चिन्हांची व गणन करण्याची ओळख झाली की त्यापुढील संख्यांचा बोध व संख्यांचा अर्थ त्याच्या लवकर लक्षात येतो. प्रत्येक संख्येला तिचे संख्यापण असते. संख्येला एक चिन्ह असते, तिला एक नाव असते व स्वतःचे मूल्य असते. हा अर्थ बोध बालकाला आत्मसात होणे आवश्यक असते. त्यासाठी कृतियुक्त अध्ययन-अध्यापन प्रक्रिया महत्वाची असते.

आ) **दशकाची ओळख व दोन अंकी संख्यांचा बोध** : एक अंकी संख्यांची ओळख झाल्यानंतर बालकाला दशकाची ओळख करून देताना जास्तीत जास्त व मुबलक प्रमाणात साहित्याचा वापर करणे अत्यावश्यक असते. बालकांना दोन अंकी संख्येचा परिचय करून देण्यापूर्वी दशकाची संकल्पना पूर्णतः समजणे फार गरजेचे असते. दशकाच्या संकल्पनेतूनच आपोआप दोन अंकी संख्या तयार करण्याचे कौशल्य बालकांना अवगत होत असते. त्यामुळे या टप्प्यावर विविध उदाहरणे व कृतींच्या माध्यमातून शिक्षक व पालकांनी बालकाचा जास्तीत जास्त सराव करून घेणे गरजेचे असते. यासाठी शाळेतील गणित साहित्य पेटीतील साहित्य, दशक दांडे, blocks, मणीमाळ इ. साहित्याचा पुरेसा वापर व प्रत्यक्ष कृतीतून अनुभव

बालकांना देणे गरजेचे असते. याशिवाय घरातील व परिसरातील वस्तूंचा देखील प्रभावी वापर दशकाची व दोन अंकी संख्यांची ओळख करून देण्यासाठी करता येतो. यामध्ये आगपेटीच्या काड्यांचे दशकाचे गठ्ठे, straw चे गठ्ठे, मण्यांची दशकाची पिशवी इ. सहज उपलब्ध होणारे साहित्य वापरता येतात. अशाच प्रकारे शतकाची संकल्पना व तीन अंकी व त्यापुढील मोठ्या संख्यांचा परिचय बालकांना सहजपणे व परिपक्वतेने करून देता येतो.

3) संख्यावरील क्रिया : संख्यांवरील क्रिया या पायाभूत कौशल्यात बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार अशा एकूण चार क्रियांचा समावेश होतो. सर्वात आधी विद्यार्थ्यांना बेरीज ही क्रिया शिकवली जाते. संख्याज्ञानानंतर सर्वात प्रथम बालकाला बेरीज क्रियेकडे वळविले जाते. बेरीज म्हणजे मिळवणे, एकत्र करणे, गोळा करणे, इ. अर्थाने ही क्रिया समजून देता येते. सुरुवातीला या क्रियेची मांडणी न शिकवता शिक्षकांनी विविध साहित्याचा व कृतींचा आधार घेऊन या क्रियेचा अर्थ बालकाच्या लक्षात व आकलनास आणून देणे गरजेचे आहे. मणी, गोट्या, दगड, इ. साधनांच्या आधारे मोजणे व मिळवणे या कृती वारंवार विद्यार्थ्यांकडून करून घेणे महत्वाचे आहे. बेरीज क्रियेनंतर त्याउलट क्रिया म्हणजे वजाबाकी. वजाबाकी म्हणजे काढून घेणे, कमी करणे, इ. अर्थाने प्रत्यक्ष कृतीतून विद्यार्थ्यांना वजाबाकी क्रिया आत्मसात करून देणे गरजेचे आहे. दैनंदिन उदाहरणे व व्यवहारातून ही क्रिया करवून घेतल्यास जीवनातील अनुभव व शाळेतील अध्ययन यांची सांगड चांगली घातली जाते. त्यानंरची क्रिया म्हणजे गुणाकार. वारंवार केलेली बेरीज म्हणजे गुणाकार हा अर्थ विद्यार्थ्यांना चांगल्या रीतीने समजण्यासाठी विविध कृती व उदाहरणांचा सराव देणे अत्यंत गरजेचे असते. गुणाकाराच्या विरुद्ध क्रिया म्हणजे भागाकार. भागाकार म्हणजे समान वाटणी ही संकल्पना विद्यार्थ्यांना समजून देताना प्रत्यक्ष कृती व

अनुभव यांच्या द्वारे ही क्रिया कशी घडून येते किंवा भागाकार म्हणजे नेमके काय? याविषयीची समाज पक्की होते.

समारोप : प्राथमिक स्तरावरील पायाभूत कौशल्याचे अध्ययन हे बालकाच्या संपूर्ण आयुष्यासाठी, त्याच्या व्यक्तिमत्त्वासाठी व त्याच्या पुढील यशस्वी जीवनासाठी फार आवश्यक असतात. त्यामुळे पूर्व प्राथमिक व प्राथमिक स्तरावर या बाबींच्या विकासनाकडे फेर गांभीर्याने लक्ष देणे गरजेचे असते. त्यासाठी शिक्षक व पालक या दोहोंची भूमिका ही फार महत्वाची असते. मुलांना लहान वयात खेळातून व कृतीतून लवकर ज्ञान ग्रहण करतात. तसेच या माध्यमातून चांगला प्रतिसाद देखील देतात. त्यामुळे कृतियुक्त अध्ययनावर व साहित्याच्या वापरावर शिक्षकांनी भर द्यावा. तसेच केवळ वहीमध्ये उदाहरणे सोडवून देण्यापेक्षा प्रत्यक्ष कृती व दैनंदिन व्यवहारातील उदाहरणांचा वापर केल्यास विद्यार्थ्यांना या पायाभूत संकल्पना अधिक गतीने व परिपूर्णतेने अवगत होतात. कृतीतून घेतलेले ज्ञान हे टिकाऊ स्वरूपाचे असल्याने विद्यार्थी पुढे कधीच त्या कृती विसरत नाहीत.

References:

- 1) Encyclopedia of Applied Psychology, 2004
- 2) Draft National Education Policy-2020

Books:

- 1) दांडेकर, वा. ना. (२०००), शैक्षणिक व प्रायोगिक मानसशास्त्र, पुणे, श्री विद्या प्रकाशन
- 2) जगताप, ह. ना.(२००५), शैक्षणिक व प्रायोगिक मानसशास्त्र, पुणे, नित्य नूतन प्रकाशन

Websites:

- 1)www.sciencedirect.com
- 2) www.edutopia.org

3) www.kangan.edu.au

Articles :

- 1) Borovik, Alexandre and Gardiner, Tony (2007), “Mathematical abilities and mathematical skills.” MIMS Preprint
- 2) Ian M. Lyons, Daniel Ansari (2015), “Foundation of children’s numerical and mathematical skills .” Advances in child development and behavior.
- 3) K. Vanbinst, B. De Smedt (2016), “The mathematical brain across the lifespan.” Progress in brain research
- 4) Teresa Iuculano, Vinod Menon, (2018), “Systems neuroscience of mathematical cognition and learning.” Heterogeneity of function in Numerical Cognition.